


## 6 клас

1. Два рейсові автобуси мають спільну кінцеву зупинку, але різні маршрути. Рейс одного маршруту триває 48 хвилин, а другого – 56 хвилин. Уперше ці автобуси одночасно вирушили з кінцкової зупинки о 6-й годині ранку. О котрій годині вони вдруге одночасно вирушать з цієї зупинки?

2. Сума 2008 цілих чисел непарна. Довести, що добуток цих чисел парне число.

3. 7 листів паперу розрізали на 5 частин, потім деякі листи із загальної купи знову розрізали на п'ять частин і т.д. Коли підраховали, то вийшло 2008 шматків паперу. Чи правильно зроблено підрахунок? Відповідь обґрунтуйте.

4. На дошці були виписані 10 послідовних натуральних чисел. Коли стерли одне із них, то сума дев'яти чисел, які залишилися, дорівнює 2010. Яке число стерли з дошки? Відповідь обґрунтуйте.

5. Яку найбільшу кількість фігурок виду , які складаються із трьох квадратів  $1 \times 1$ , можна вирізати із прямокутника в клітинку розміром  $20 \times 10$ ? Вирізати фігурки потрібно по сторонах клітинок прямокутника. Відповідь обґрунтувати.

## 7 клас

1. Сума 2016 простих чисел непарна. Визначити, яким числом парним чи непарним буде добуток цих чисел.

2. Знайдіть усі трицифрові числа, які зменшуються в 5 разів після викреслювання першої цифри. Відповідь обґрунтуйте.

3. Знайти кут між бісектрисами двох кутів, що утворились при перетині двох прямих, якщо відношення цих кутів становить  $2 : 7$ .

4. Було 300 г шестивідсоткового розчину солі. Через деякий час 60 г води випарувалось. Яким став відсотковий вміст солі в розчині? Відповідь обґрунтуйте.

5. Знайдіть усі цілі значення  $m$ , при яких є цілим числом корінь рівняння  $3x = 4 - mx$ .

## 8 клас

1. Кут між висотами паралелограма, проведеними з вершини тупого кута, дорівнює  $30^\circ$ . Знайдіть периметр паралелограма, якщо його висоти дорівнюють 4 см і 6 см.

2. Нехай  $m$  і  $n$  – такі цілі числа, що  $m^2 + 9mn + n^2$  ділиться на

11. Доведіть, що  $m^2 - n^2$  ділиться на 11.

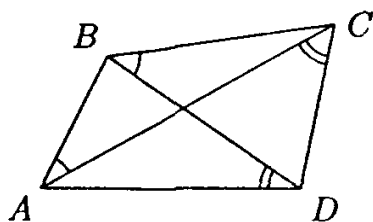
3. Із полудня до опівночі Вчений Кіт сидить під дубом, а з опівдня до полудня розповідає казки. На дубі він повісив плакат: «Через годину я буду робити те ж саме, що робив дві години назад». Скільки годин на добу цей надпис правильний?

Відповідь обґрунтуйте.

4. Ціну яблук підняли на 20%. Однак для того, щоб записати нову ціну за 1 кг яблук у гривнях, подавцеві було достатнім поміняти місцями цифри числа, записаного на ціннику. Скільки гривень коштував 1 кг яблук до їхнього подорожчання, якщо ця ціна була меншою 100 гривень?

Відповідь обґрунтуйте.

5.  $ABCD$  – опуклий чотирикутник. Відомо, що  $\angle CBD = \angle CAB$  і  $\angle ACD = \angle BDA$ . Доведіть, що  $\angle ABC = \angle ADC$ .



## 9 клас

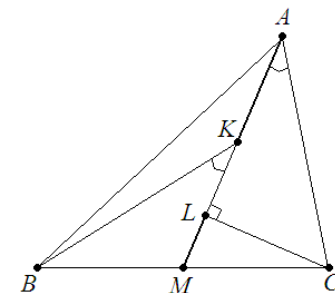
1. При яких значеннях параметра  $m$  має один корінь рівняння

$$(m + 6)x^2 - (m - 2)x + 1 = 0?$$

2. Розв'язати рівняння  $\frac{(x^2 + 1)x}{(x^2 - x + 1)^2} = \frac{10}{9}$ .

3. При яких значеннях параметра  $b$  розв'язком системи нерівностей  $\begin{cases} b - 30 \leq x \leq b, \\ x \leq 10 \end{cases}$  є проміжок, довжина якого дорівнює 25?

4. Точка  $M$  – середина сторони  $BC$  трикутника  $ABC$ . На відрізку  $AM$  відмітили точки  $K$  і  $L$  так, що  $AK = 2 \cdot LM$  і  $\angle ALC = 90^\circ$ . Доведіть, що  $\angle BKM = \angle CAM$ .



5. Довести нерівність

$$\frac{1}{1001} + \frac{1}{1002} + \frac{1}{1003} + \dots + \frac{1}{2000} > \frac{1}{2}.$$

Відповідь обґрунтуйте.

## 10 клас

1. Зобразіть у прямокутній декартовій системі координат

$$\text{множину розв'язків системи нерівностей } \begin{cases} x - 2y + 1 \geq 0, \\ x + y + 1 \geq 0, \\ x \leq 3. \end{cases} \quad \text{Якщо}$$

ця множина є обмеженою геометричною фігурою, то знайдіть її площу.

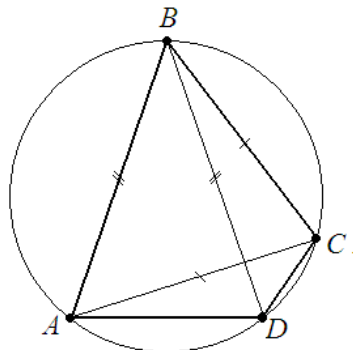
2. Про дійсні додатні числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  відомо, що  $a^2 + b^2 + c^2 = a + b + c$ . Доведіть, що

$$a^4 + b^4 + c^4 \geq a + b + c.$$

3. При яких значеннях параметра  $m$  має один корінь рівняння

$$(m + 6)x^2 - (m - 2)x + 1 = 0?$$

4. Чотирикутник  $ABCD$  вписаний в коло. Відомо, що  $AB = BD$  і  $AC = BC$ . Доведіть, що  $\angle ABC < 60^\circ$ .



5. Знайдіть суму квадратів відстаней від довільної точки кола радіуса 5см до вершини описаного навколо нього квадрата

## 11 клас

1. Нехай  $f(x) = \frac{x}{4} + 3$ . Розв'язати рівняння

$$f(f(x)) = f(x) + 2010.$$

2. Нехай  $\cos x > 0$ . Доведіть нерівність

$$\frac{\cos 2x + 3}{\cos x} \geq 4.$$

Знайдіть усі  $x$ , при яких досягається знак рівності.

3. Розв'яжіть рівняння в натуральних числах

$$2010^x = y^2 + y - 3.$$

4. При яких значеннях параметра  $b$  розв'язком системи нерівностей

$$\begin{cases} b - 30 \leq x \leq b, \\ x \leq 10 \end{cases}$$

є проміжок, довжина якого дорівнює 25?

5. Усі бічні грані чотирикутної піраміди – прямокутні трикутники з вершинами прямих кутів на основі піраміди. Чи може основа висоти такої піраміди бути внутрішньою точкою її основи?

